

2023 MODELO A.3

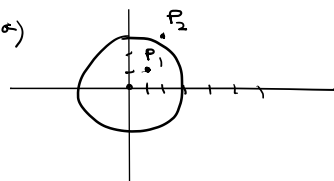
Una corteza esférica hueca de radio 3 cm y centrada en el origen de coordenadas está cargada con una densidad superficial homogénea de carga $\sigma = 2 \mu\text{Cm}^{-2}$.

a) Calcule el campo eléctrico en los puntos (0,01, 0,01, 0) m y (2, 3, 0) m.

b) Obtenga el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar una partícula de carga 1 nC desde el punto (0, 2, 0) m al punto (3, 0, 0) m.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$

a)



$\sigma = 2 \mu\text{C}/\text{m}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}/\text{m}^2$
 $r = 0,03 \text{ m}$

• APLICAMOS EL TEOREMA DE GAUSS.

① $\Phi = E \cdot S \Rightarrow \text{Como } E = K \cdot \frac{Q}{r^2} \text{ y } S = 4\pi r^2 \Rightarrow \Phi = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2$

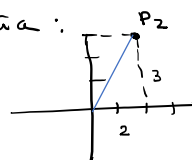
② $\Phi = K \cdot Q \cdot 4\pi$
 $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$

$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot Q \cdot 4\pi \Rightarrow \Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon}$

③ $P_1 (0,01; 0,01; 0)$ como está en el interior de la esfera, no hay carga

$\Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon} \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow \Phi = E \cdot S \Rightarrow E = 0 \text{ N/C}$

④ $P_2 (2,3,0)$ • Distancia:



$d = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ • Superficie esfera

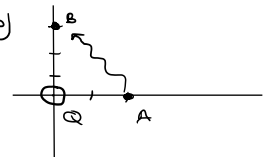
$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 0,03^2$
 $S = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

• Carga encerrada $\Rightarrow \sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma \cdot S = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,13 \cdot 10^{-2} = 2,26 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

• $K = \frac{1}{4\pi\epsilon} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi K} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

• $\Phi = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon} = \frac{2,26 \cdot 10^{-8}}{8,84 \cdot 10^{-12}} = 2,56 \cdot 10^3 \text{ Vm}$ • $\Phi = E \cdot S \Rightarrow E_{P_2} = \frac{\Phi}{S} = \frac{2,56 \cdot 10^3}{4\pi \cdot \sqrt{13}^2} = 15,65 \text{ N/C}$

b)



$q = 1 \text{ nC} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ $W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A)$

• $V_B = K \cdot \frac{Q_{\text{int}}}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2,26 \cdot 10^{-8}}{3} = 67,8 \text{ V}$

• $V_A = K \cdot \frac{Q_{\text{int}}}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2,26 \cdot 10^{-8}}{2} = 101,7 \text{ V}$

• $W_{A \rightarrow B} = -1 \cdot 10^{-9} \cdot (67,8 - 101,7) = 3,39 \cdot 10^{-8} \text{ J}$

2022 JULIO COINCIDENTE A.3

Dos partículas puntuales de cargas $q_1 = 5 \mu\text{C}$ y $q_2 = -3 \mu\text{C}$ se encuentran situadas en el origen de coordenadas y en el punto (4, 0) m, respectivamente. Calcule:

a) El campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto (4, 3) m.

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar un electrón desde el punto (4, 3) m hasta el punto medio entre ambas cargas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a) Usando el principio de superposición y por vector unitario:

$q_1 = 5 \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 $q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

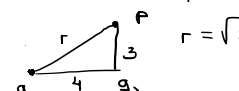
Campo $\Rightarrow \vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$

• $\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5^2} \cdot \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right) = (1440, 1080) \text{ N/C}$

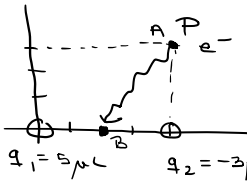
• $\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \left(\frac{0}{3}, \frac{3}{3} \right) = (0, -3000) \text{ N/C}$

• Distancia de q_1 a P: $\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1440, -1920) \text{ N/C}$

• $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ • $|\vec{E}_P| = \sqrt{(1440)^2 + (-1920)^2} = 2400 \text{ N/C}$



b)



$$\textcircled{1} W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -(E_{pB} - E_{pA}) \quad \cdot E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

$$\textcircled{2} E_{pA} = E_{p1-A} + E_{p2-A} = k \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5} + k \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{5} = 0$$

$$\textcircled{3} E_{pB} = E_{p1-B} + E_{p2-B} = k \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2} + k \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2} = 9000 \text{ V}$$

$$\textcircled{4} W_{A \rightarrow B} = -(9000 - 0) = \boxed{-9000 \text{ V}}$$

2022 JULIO A.3

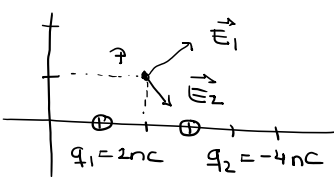
Dos cargas puntuales $Q_1 = 2 \text{ nC}$ y $Q_2 = -4 \text{ nC}$ se encuentran en el plano (x, y) en los puntos $P_1 (1, 0) \text{ m}$ y $P_2 (3, 0) \text{ m}$, respectivamente. Calcule:

a) El campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto $(2, 1) \text{ m}$.

b) Las coordenadas del punto del eje x situado a la izquierda de la carga Q_1 ($x < 1 \text{ m}$) en el que el potencial electrostático creado por ambas cargas es cero.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$.

a)



$$q_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C} \quad q_2 = -4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Campo eléctrico: $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$

Usamos principio de superposición y vector unitario.

$$\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (6'36; 6'36) \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}^2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (12'73; -12'73) \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (19'09; -6'37) \text{ N/C}$$

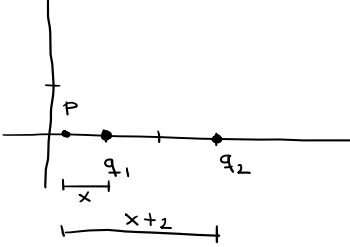
$$|\vec{E}| = \sqrt{(19'09)^2 + (-6'37)^2} = \boxed{20'12 \text{ N/C}}$$

Distancia entre q_1 y P :



$$x = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

b)



$$\textcircled{1} V_P = V_1 + V_2 \text{ como } V_P = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = -V_2$$

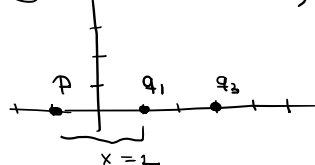
Por tanto $|V_1| = |V_2| \rightarrow$ En valor absoluto.

$$\textcircled{2} \text{ Como } V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} \text{ y } V_2 = k \cdot \frac{Q_2}{r_2}$$

$$\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{r_1} = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 10^{-9}}{x} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{x+2}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{4}{x+2} \Rightarrow 2(x+2) = 4x \Rightarrow 2x+4 = 4x \Rightarrow 4x-2x = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

Como $x = 2 \text{ m}$, se encuentra a 2 m del punto q_1 y hacia la izquierda.



Por tanto, las coordenadas son $\boxed{(-1, 0)}$

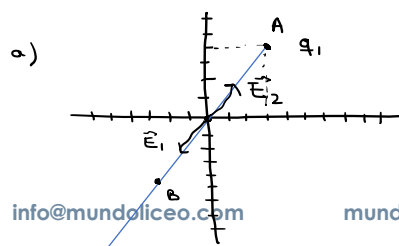
2022 JUNIO B.3

Una carga puntual positiva está situada en el punto $(3, 4) \text{ m}$ del plano xy . En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

a) Determine la posición de la segunda carga.

b) Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1,08 \cdot 10^4 \text{ V}$, encuentre el valor de las cargas.

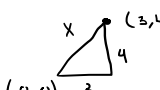
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$.



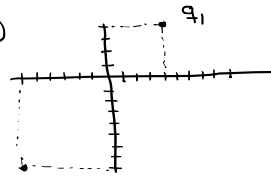
$q_2 = 4q_1$ $\textcircled{1}$ Como el campo se anula en el $(0, 0)$, el punto que buscamos está en la línea de unión entre el punto $(0, 0)$ y el punto $(3, 4)$.

② $\vec{E}_{(0,0)} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Como $\vec{E}_{(0,0)} = 0 \text{ N/C} \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$
 $\Rightarrow \vec{E}_1 = -\vec{E}_2$ por tanto $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$

③ $E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \rightarrow E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{r_1^2}$ y $E_2 = k \cdot \frac{Q_2}{r_2^2} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1}{r_1^2} = k \cdot \frac{Q_2}{r_2^2}$

④ Calculamos distancia entre q_1 y $P(0,0)$ ⑤ $\frac{q_1}{5^2} = \frac{4q_1}{r_2^2} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{4}{r_2^2}$
 $x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$
 $r_2^2 = 4 \cdot 25 \Rightarrow r_2 = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$

⑥ por tanto, el punto en el que se encuentra q_2 es $P(-6, 3)$

b) 

① $V_{(0,0)} = 1'08 \cdot 10^4 \text{ V} \Rightarrow V_{(0,0)} = V_1 + V_2$
 ② $V = k \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow V = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} + k \cdot \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1}{5} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4q_1}{10}$
 ③ $1'8 \cdot 10^9 q_1 + 3'6 \cdot 10^9 q_1 = 1'08 \cdot 10^4 \Rightarrow 5'4 \cdot 10^9 q_1 = 1'08 \cdot 10^4$
 ④ $q_1 = \frac{1'08 \cdot 10^4}{5'4 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

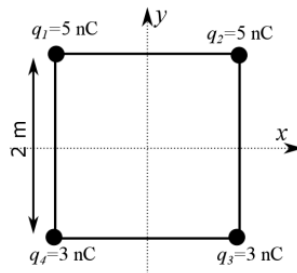
2022 JUNIO COINCIDENTES A.3

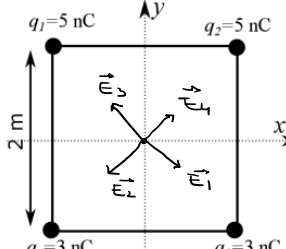
En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas se sitúan cuatro cargas eléctricas, tal y como se muestra en la figura.

a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.

b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v} = 3 \cdot 10^4 \hat{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

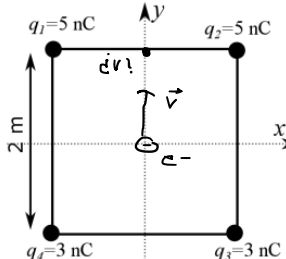


a) 

① Campo eléctrico: $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$ Por el principio de superposición
 ② $\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{r^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = (15'91; -15'91) \text{ N/C}$
 $\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{r^2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = (-15'91; -15'91) \text{ N/C}$
 $\vec{E}_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{r^2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (-9'55; 9'55) \text{ N/C}$
 $\vec{E}_4 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{r^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (9'55; 9'55) \text{ N/C}$

 $x = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

③ $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = (0; -12'72) \text{ N/C}$ ④ $|\vec{E}| = \sqrt{0^2 + (-12'72)^2} = 12'72 \text{ N/C}$

b) 

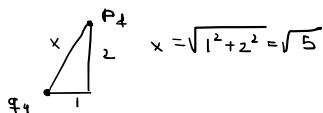
① La EM se conserva: $E_{m0} = E_{mf} \Rightarrow \text{Como } E_M = E_C + E_P$
 $E_{C0} + E_{P0} = E_{Cf} + E_{Pf}$
 ② $E_{C0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^4)^2 = 4'095 \cdot 10^{-22} \text{ J}$
 ③ $E_{P0} = E_{P1} + E_{P2} + E_{P3} + E_{P4} \Rightarrow \text{Como } E_P = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$ y $E_{P1} = E_{P2}; E_{P3} = E_{P4}$

$$E_p = K \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot (-1'6 \cdot 10^{-19})}{\sqrt{2}} \cdot 2 + K \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot (-1'6 \cdot 10^{-19})}{\sqrt{2}} \cdot 2 = -1'32 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$④ E_{cl} = \frac{1}{2} \cdot q' \cdot 1 \cdot 10^{-31} \cdot v_f^2 = 4'55 \cdot 10^{-31} v_f^2$$

$$⑤ E_{pf} = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + E_{p4} = K \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot (-1'6 \cdot 10^{-19})}{\sqrt{5}} \cdot 2 + K \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot (-1'6 \cdot 10^{-19})}{\sqrt{5}} \cdot 2 = -1'83 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

distancia entre punto final y q_4 o q_3 :



$$\begin{aligned} ⑥ \text{ Como } E_{cl} + E_{po} &= E_{cl} + E_{pf} \\ 4'095 \cdot 10^{-22} + (-1'32 \cdot 10^{-17}) &= 4'55 \cdot 10^{-31} v_f^2 - 1'83 \cdot 10^{-17} \\ 5'1 \cdot 10^{-18} &= 4'55 \cdot 10^{-31} v_f^2 \\ v_f^2 &= 1'12 \cdot 10^{13} \Rightarrow v_f = 3'35 \cdot 10^6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

2021 JUNIO A.3

Una carga puntual de $2 \mu\text{C}$ se encuentra situada en el origen de coordenadas.

a) Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen.

b) Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$.

a) $\phi = 10 \text{ mm} \Rightarrow r = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

 $q = 2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

Utilizando el teorema de Gauss:

$$\phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{8'85 \cdot 10^{-12}} = 2'26 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \text{ N/C}$$

b) Nos piden el campo en la superficie de la esfera.

$$① \phi = \int E \cdot dS \Rightarrow \phi = E \int dS \Rightarrow \phi = E \cdot S$$

$$② S_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \Rightarrow \phi = E \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{\phi}{4\pi r^2}$$

$$③ E = \frac{2'26 \cdot 10^5}{4\pi \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2} = 7'19 \cdot 10^8 \text{ N/C}$$

2021 MODELO A.3

Dos cargas puntuales iguales de 5 nC se encuentran en el plano (x, y) en los puntos (0, 3) m y (0, -3) m.

a) Determine el campo eléctrico creado por ambas cargas en el punto (4, 0) m.

b) Si se sitúa una partícula cargada de masa 3 g y carga 3 mC en el origen de coordenadas con una velocidad inicial de $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, calcule la velocidad de la partícula cuando pasa por el punto (4, 0) m.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

a)
 $q_1 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
 $q_2 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
 ① Campo eléctrico: $\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$ Utilizando el principio de superposición y el vector unitario:
 ② Distancia entre A y q_1 = distancia entre A y q_2 .

 $x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$

$$\begin{aligned} ② \vec{E}_1 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5^2} \cdot \left(\frac{-3}{5}, \frac{4}{5} \right) = (-1'08, 1'44) \text{ N/C} \\ \vec{E}_2 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5^2} \cdot \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right) = (1'08, 1'44) \text{ N/C} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} \vec{E}_A &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (0, 2'88) \text{ N/C} \\ |\vec{E}_A| &= \sqrt{0^2 + 2'88^2} = 2'88 \text{ N/C} \end{aligned} \right.$$

b)
 ① $m = 3 \text{ g} = 0'003 \text{ Kg}$ $q = 3 \text{ mC} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ $v = 2 \text{ m/s}$
 ② $\begin{cases} W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p \\ W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V \\ W_{A \rightarrow B} = \Delta E_c \end{cases}$ voy a igualar $\Delta E_c = -q \cdot \Delta V$

• Otra forma de hacer este apartado es $E_{\text{ext}} = E_{\text{mf}}$.

$$③ \Delta E_c = -q \cdot \Delta V \Rightarrow E_{cB} - E_{cA} = -q \cdot (V_B - V_A)$$

$$\begin{aligned} \bullet E_{CA} &= \frac{1}{2} \cdot 0'003 \cdot 2^2 = 0'006 \text{ V} & \bullet E_{CB} &= \frac{1}{2} \cdot 0'003 \cdot V_f^2 \\ \bullet V_B &= V_{B-1} + V_{B-2} = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} + k \cdot \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5} = 18 \text{ V} \\ \bullet U_A &= V_{A-1} + V_{A-2} = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} + k \cdot \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{3} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{3} = 30 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} E_{CB} - E_{CA} = -q \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow 0'0015 V_f^2 - 0'006 = -3 \cdot 10^{-3} \cdot (18 - 30)$$

$$0'0015 V_f^2 = 0'042 \Rightarrow V_f^2 = 28 \Rightarrow V_f = 5'29 \text{ m/s}$$

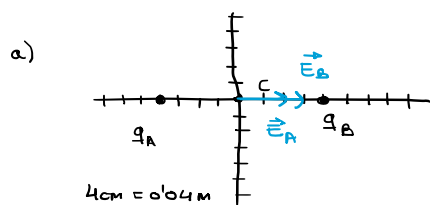
2020 SEPTIEMBRE A.3

Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores $q_A = +5 \text{ nC}$ y $q_B = -5 \text{ nC}$, están situadas en el plano xy en las posiciones $(-4, 0) \text{ cm}$ y $(4, 0) \text{ cm}$, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

a) El origen de coordenadas.

b) El punto del plano $(0, 3) \text{ cm}$.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$



$$\begin{aligned} \textcircled{1} q_A &= 5 \cdot 10^{-9} \text{ C} & \text{Potencial eléctrico: } V_1 &= k \cdot \frac{Q_1}{r_1} \\ q_B &= -5 \cdot 10^{-9} \text{ C} & V_C &= V_1 + V_2 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} V_C = k \cdot \frac{Q_A}{r} + k \cdot \frac{Q_B}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0'04} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0'04} = 0 \text{ V}$$

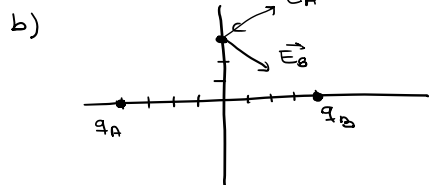
$\textcircled{3}$ Por principio de superposición y con vectores unitarios:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B \quad E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

$$\bullet \vec{E}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0'04^2} \cdot \left(\frac{0'04}{0'04}, \frac{0}{0'04} \right) = (1125, 0) \text{ N/C}$$

$$\bullet \vec{E}_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0'04^2} \cdot \left(\frac{-0'04}{0'04}, \frac{0}{0'04} \right) = (1125, 0) \text{ N/C}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_C &= (2250, 0) \text{ N/C} \\ |\vec{E}_C| &= \sqrt{2250^2 + 0^2} = 2250 \text{ N/C} \end{aligned} \right\}$$



$$\textcircled{1} V_C = V_{A-C} + V_{B-C}$$

$$V_C = k \cdot \frac{Q_A}{r} + k \cdot \frac{Q_B}{r}$$

$\textcircled{2}$ Distancia entre A-C = distancia B-C

$$x = \sqrt{0'04^2 + 0'03^2} = 0'05 \text{ m}$$

$$\textcircled{3} V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0'05} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0'05} = 0 \text{ V}$$

$\textcircled{4} \vec{E}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ Por principio de superposición y vector unitario

$$\bullet \vec{E}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0'05^2} \cdot \left(\frac{0'04}{0'05}, \frac{0'03}{0'05} \right) = (14400; 10800) \text{ N/C}$$

$$\bullet \vec{E}_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0'05^2} \cdot \left(\frac{-0'04}{0'05}, \frac{0'03}{0'05} \right) = (14400; -10800) \text{ N/C}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_C &= (28800; 0) \text{ N/C} \\ |\vec{E}_C| &= \sqrt{28800^2 + 0^2} = 28800 \text{ N/C} \end{aligned} \right\}$$

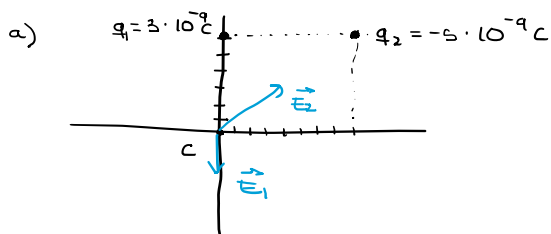
2020 JULIO COINCIDENTE B.3

Dos cargas puntuales de valores $q_1 = 3 \text{ nC}$ y $q_2 = -5 \text{ nC}$ están situadas en los puntos $(0, 6) \text{ m}$ y $(8, 6) \text{ m}$, respectivamente. Calcule:

a) El campo eléctrico en el origen de coordenadas.

b) El trabajo realizado por el campo para trasladar un electrón desde el origen de coordenadas hasta el punto $(4, 3) \text{ m}$.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



$$\text{a) Campo eléctrico: } \vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

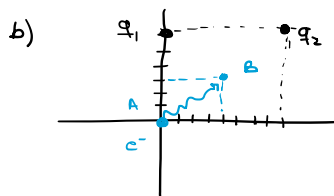
Por principio de superposición y con vector unitario.

$\textcircled{1}$ Distancia entre C y q_2 :

$$\frac{x}{8} = \frac{6}{6} \quad x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ m}$$

$$\textcircled{2} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{6^2} \cdot \left(\frac{0}{6}, \frac{-6}{6} \right) = (0, -0.75) \text{ N/C} \\ \vec{E}_2 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{10^2} \cdot \left(\frac{-6}{10}, \frac{-8}{10} \right) = (0.27; 0.36) \text{ N/C} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \vec{E}_c &= (0.27; -0.39) \text{ N/C} \\ |\vec{E}_c| &= \sqrt{0.27^2 + (-0.39)^2} = 0.474 \text{ N/C} \end{aligned} \right\}$$



$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V \rightarrow \text{mejor a elegir esta.}$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p$$

$$W_{A \rightarrow B} = \Delta E_c$$

$$\textcircled{1} W_{A \rightarrow B} = -q \Delta V = -q (V_B - V_A) \Rightarrow E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$$

$$\textcircled{2} \text{Distancia de } q_1 \text{ a } B = q_2 \text{ a } B$$

$$\begin{aligned} q_1 & \quad \begin{array}{c} 3 \\ \quad \quad x \\ \quad \quad 4 \end{array} \quad B \quad x = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$V_B = V_{1-B} + V_{2-B} = q \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{5} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{5} = -3.6 \text{ J}$$

$$V_A = V_{1-A} + V_{2-A} = q \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{6} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}}{10} = 0 \text{ J}$$

$$W_{A \rightarrow B} = -(-1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-3.6 - 0) = -5.76 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

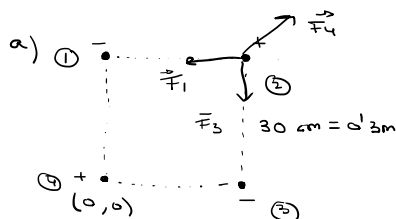
2020 JULIO B.3

Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es $|q| = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a = 30 \text{ cm}$, que está en el plano xy. Dos de ellas son positivas y están en los puntos $(0, 0)$ y (a, a) . Las otras dos son negativas y están situadas en los puntos $(0, a)$ y $(a, 0)$. Calcule:

a) La fuerza que se ejerce sobre la carga $+q$ situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.

b) La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$



$$\textcircled{1} \vec{F}_e = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u} \quad \text{Por principio de superposición y vector unitario.}$$

$$\vec{F}_1 = q \cdot 10^9 \cdot \frac{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.3^2} \cdot \left(\frac{0.3}{0.3}, \frac{0}{0.3} \right) = (-0.1, 0) \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = q \cdot 10^9 \cdot \frac{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.3^2} \cdot \left(\frac{0}{0.3}, \frac{0.3}{0.3} \right) = (0, -0.1) \text{ N}$$

$$\vec{F}_4 = q \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.424^2} \cdot \left(\frac{0.3}{0.424}, \frac{0.3}{0.424} \right) = (0.035; 0.035) \text{ N}$$

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = (-0.065; -0.065) \text{ N}$$

$$|\vec{F}_e| = \sqrt{(-0.065)^2 + (-0.065)^2} = 0.092 \text{ N}$$

• Distancia entre 2 y 4:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{0.3^2 + 0.3^2} \\ x &= 0.424 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{b) Por principio de superposición: } E_p = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} \Rightarrow E_p = k \cdot \frac{Q_1 \cdot q}{r_1}$$

$$E_p = q \cdot 10^9 \cdot \frac{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.3} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.3} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{-1 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0.3} = 0.03 \text{ J}$$

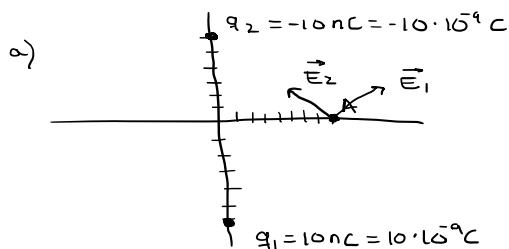
2020 MODELO B.3

Dos cargas puntuales de $+10 \text{ nC}$ y -10 nC se encuentran situadas en el plano xy en las posiciones $(0, -6) \mu\text{m}$ y $(0, 6) \mu\text{m}$, respectivamente. Calcule:

a) El campo eléctrico y el potencial en la posición $(8, 0) \mu\text{m}$.

b) El trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de $+5 \text{ nC}$ desde el punto $(8, 0) \mu\text{m}$ hasta la posición $(8, 6) \mu\text{m}$

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$



① $\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$.

② Campo eléctrico: $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}$ Por principio de superposición y vector unitario.

③ Distancia $q_1 - A = \text{Distancia } q_2 - A$.

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \mu\text{m} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

④ $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

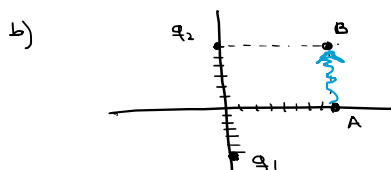
$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}}{(10 \cdot 10^{-6})^2} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}, \frac{8 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} \right) = (5'4 \cdot 10^{11}; 7'2 \cdot 10^{11}) \text{ N/C} \\ \vec{E}_2 &= q \cdot 10^9 \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-9}}{(10 \cdot 10^{-6})^2} \cdot \left(\frac{-6 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}, \frac{8 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} \right) = (5'4 \cdot 10^{11}; -7'2 \cdot 10^{11}) \text{ N/C} \end{aligned}$$

$\vec{E}_A (1'08 \cdot 10^{12}, 0) \text{ N/C}$

$|\vec{E}_A| = 1'08 \cdot 10^{12} \text{ N/C}$

⑤ Potencial: $V = k \cdot \frac{Q}{r}$ Por principio de superposición

$$V = V_1 + V_2 = q \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 0 \text{ V}$$



$q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

① $W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V \rightarrow$ elijo esta.

$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p$.

② $W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_B - V_A)$

• $V_A = 0 \text{ V}$ • $V_B = V_1 + V_2 = q \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{14'42 \cdot 10^{-6}} + q \cdot 10^9 \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6}} = -5 \cdot 10^6 \text{ V}$.

• Distancia de q_1 a B:

$$x = \sqrt{12^2 + 8^2} = 14'42 \mu\text{m} = 14'42 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

③ $W_{A \rightarrow B} = -5 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^6 - 0)$

$= 25 \text{ J}$