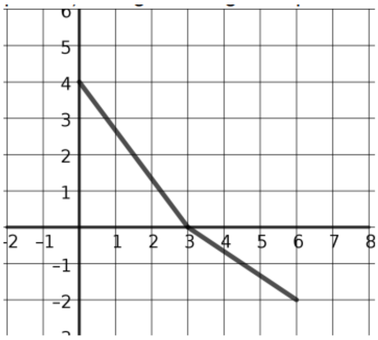
2023 MODELO A.3 (2 puntos)
a) Represente la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 3x + 1$ prestando especial atención a la determinación de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los valores de x en los que f alcanza máximos o mínimos relativos.
b) Represente la gráfica de $g(x) = f(x-3) + 2$, donde f es la función del apartado anterior.

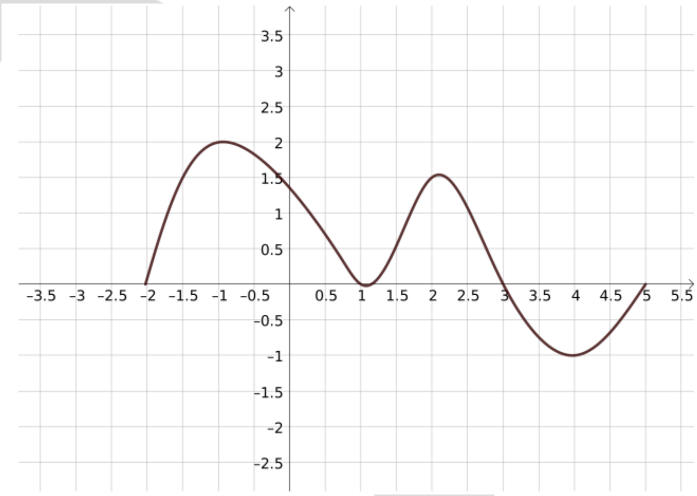
2022 JUNIO COINCIDENTES A.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real
$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & si\ x < -2 \\ x^2 & si - 2 \le x \le 1 \\ x + b & si\ 1 < x \end{cases}$$
a) Determine los valores de a y b que hacen que f sea continua en $\mathbb{R}$.
b) Para $a = b = -8$, calcule
$$\int_{-3}^{0} f(x)dx.$$

2022 JUNIO COINCIDENTES B.2 (2 puntos)
La siguiente figura representa la gráfica de una función lineal a trozos $f: [0,6] \to \mathbb{R}$
a) Determine razonadamente el valor de la integral definida $\int_0^3 f(x)dx$.
b) ¿Cuál número es mayor, $\int_0^3 f(x)dx\ o\ \int_0^6 f(x)dx$. Razone su respuesta.



2022 JUNIO COINCIDENTES B.3 (2 puntos)
Considere la función real de variable real dada por la siguiente expresión:
$$f(x) = \frac{x^3}{(x-K)^2}$$
a) Obtenga el valor de la constante K para que la recta tangente a la función en $x = 9$ sea paralela al eje de las x. Indique la expresión de dicha recta.
b) Para $K = 3$, señale los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ y clasifique los extremos relativos de esta función.

2022 JUNIO A.3 (2 puntos)
La figura dada representa la gráfica de cierta función f.
La gráfica representada tiene tangentes horizontales en x=-1, x = 1, x = 2 y x = 4.
a)Determine razonadamente los intervalos en los que $f'(x) > 0$.
b) Determine razonadamente cuál es el signo de
$$\int_{-2}^{5} f(x)dx.$$



2022 JUNIO B.2 (2 puntos)
Considere la función real de variable real
$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$$
a) Determine sus asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
b) Calcule $f'(x)$ y halle el valor de $f'(2)$.

2022 MODELO A.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$.
a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.
b) Calcule
$$\int_0^1 2xf(x)dx$$

2022 MODELO B.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por
$$f(x) = \frac{10}{x^2 + 2x - 3}$$
a) Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.
b) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine los extremos relativos indicando si corresponden a máximos o mínimos.

2022 MODELO B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por
$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & si\ x \leq 2 \\ \ln(x-1) & si\ x > 2 \end{cases}$
a) Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la función $f(x)$ es continua en su dominio.
b) Para $a = 1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1, x = 0$.

2021 JULIO COINCIDENTE A.2 (2 puntos)
Considere la función real de variable real
$$f(x) = 3x^3 - ax + 1$$
a) Determine el valor del parámetro real a para que el punto de abscisa $x = 1$ de la función $f(x)$ sea un punto de tangente horizontal. Determine si es un máximo, mínimo o punto de inflexión.
b) Determine el valor del parámetro real a para que se cumpla que la $\int_0^1 f(x)dx = 1$

2021 JULIO COINCIDENTE B.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real
$f(x) = \dfrac{9-x^2}{4-x^2}$
a) Halle el dominio de la función y sus asíntotas.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

2021 JULIO COINCIDENTE B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real
$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$
a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 5$.
b) Calcule $\int_3^5 9x\sqrt{x^2-9}dx$

2021 JULIO A.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:
$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & si\ x \leq 3 \\ \dfrac{3a}{x} & si\ x > 3 \end{cases}$
a) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de a es $f(x)$ derivable?
b) Para $a = 1$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

2021 JULIO B.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^3-2x^2}{(x-1)^2}$
a) Halle el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
b) Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

2021 JULIO B.3 (2 puntos)
Se sabe que la derivada de una función real $f(x)$ de variable real es:
$$f'(x) = 3x^2 + 8x$$
a) Determine la expresión de $f(x)$ sabiendo que $f(1) = 11$.
b) Determine los máximos y mínimos locales de $f(x)$, si los hubiera.

2021 JUNIO COINCIDENTES A.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^3}{(1-x)^2}$
a) Calcule las asíntotas de $f(x)$.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

2021 JUNIO COINCIDENTES A.3 (2 puntos)
Sea $f(x) = x^2 + ax$ donde a es un parámetro real.
a) Determine el valor de a para que la función $f(x)$ tenga una primitiva $F(x)$ que verifique $F(0) = 3\ y\ F(2) = 9$.
b) Para $a = -2$, calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0, x = 3$.

2021 JUNIO COINCIDENTES B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:
$$f(x) = ax^2 + \frac{b}{x} + 2x$$
a) Calcule a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto (1,2) sea paralela a la recta $y = -4x$.
b) Determine todos los valores de a y b para que $f(x)$ tenga un punto de inflexión en el punto (1,2).

2021 JUNIO A.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^3+4}{x^2-1}$
a) Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.
b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$

2021 JUNIO A.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases}x^2-ax & si\ x\le 1\\ \ln x & si\ x>1\end{cases}$$

a) Determine para qué valores de $a\in\mathbb{R}$ la función $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$.
b) Para $a=1$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x=-1, x=0$.

2021 JUNIO B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=(x^2-3)e^x$.
a) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine los extremos relativos indicando si corresponden a máximos o mínimos.
b) Calcule

$$\int_1^2 e^{-x}f(x)dx$$

2021 MODELO A.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

a) Obtenga los coeficientes reales a, b y c de $f(x)$ sabiendo que la función tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x=-3$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ es $y=6x+8$.
b) Para $a=2, b=1$ y $c=1$, calcule la integral $\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx$

2021 MODELO A.3 (2 puntos)
Dada la función

$$f(x)=x+\frac{4}{x^2}$$

a) Halle el dominio de la función y sus asíntotas.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y, si los hubiera, sus extremos relativos.

2021 MODELO B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases}x^2+ax-\dfrac{1}{9} & si\ x\le 0\\ \dfrac{x+1}{x^2-9} & si\ x>0\end{cases}$$

a) Determine el dominio de $f(x)$ y calcule el valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ para que $f(x)$ sea derivable en todo su dominio.
b) Para $a=0$ determine, si existen, las asíntotas de $f(x)$.

2020 SEPTIEMBRE A.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{6x}{2x^2+1} & si\ x<1\\ 2m+\ln x & si\ x\ge 1\end{cases}$$

a) Estudie los valores del parámetro $m\in\mathbb{R}$ para que $f(x)$ sea continua en $x=1$ y calcule la derivada de la función para $x<1$.
b) Halle el área de la región del plano delimitada por la curva $y=f(x)$, las rectas $x=-1, x=0$ y el eje OX.

2020 SEPTIEMBRE B.1 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=\frac{ax^2-3}{x^2-5}$
a) Calcule el valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ para que $f(x)$ tenga una asíntota horizontal en $y=-1$.
b) Para $a=1$, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y los extremos relativos, si existen.

2020 JULIO COINCIDENTES A.3 (2 puntos)
Considere la función real de variable real

$$f(x)=2x^3+ax^2-1$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que el punto de abscisa $x=-1$ de la función $f(x)$ sea un máximo relativo.
b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ para $a=1$.

2020 JULIO COINCIDENTES B.2 (2 puntos)
Considere la función real de variable real:

$$f(x)=ax^3-x^2-x+a$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que haya un punto de inflexión en $x=1$.
b) Para $a=2$, calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=1$.

2020 JULIO COINCIDENTES B.3 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} & si\ x>1\\ x^2 & si\ x\le 1\end{cases}$$

a) Calcule $\lim_{x\to 1} f(x)$. ¿Es la función $f(x)$ continua en todo su dominio?
b) Calcule las asíntotas de $f(x)$.

2020 JULIO A.2 (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\frac{4x-x^3}{3x+x^2}+4$$

a) Calcule el dominio de la función y obtenga el valor que hay que asignar a $f(x)$ en $x=0$ para que la función anterior sea continua en ese punto.
b) Obtenga las asíntotas de esta función en caso de que existan.

2020 JULIO A.3 (2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x)=-x^4+x^3+2x^2$$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x=-1$.
b) Obtenga el área del recinto acotado delimitado por la función $f(x)$ y el eje de abscisas para valores de $x>0$.

2020 MODELO A.2 (2 puntos)

Se considera la función de variable real $f(x)$ definida por

$$f(x)=\begin{cases}-x+a & x<-8\\ \sqrt[3]{x} & -8\le x<1\\ lnx & x\ge 1\end{cases}$$

Donde ln denota el logaritmo neperiano y $a\in\mathbb{R}$. Se pide:
a) Proporcionar el valor del parámetro a para que la función anterior sea continua en el punto de abscisa $x=-8$ y analizar la continuidad de la función en el resto de los puntos de su dominio.
b) Obtener la recta tangente a la función en el punto $x=e$ y estudiar el crecimiento/decrecimiento de esta recta. Justifique su respuesta.

2020 MODELO A.3 (2 puntos)

Dada la curva

$$f(x)=x^2+4x-5$$

a) Halle el punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta $y-6x+1=0$, indicando su abscisa y ordenada.
b) Calcule el área del recinto acotado del plano limitado por la gráfica de $f(x)$ y la curva $g(x)=-x^2+4x+3$.

2020 MODELO B.3 (2 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x)$ definida por:

$$f(x)=\sqrt{2}xe^{-x^2}$$

a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
b) Halle el área del recinto acotado del plano delimitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x=-1$ y $x=1$.