2023 MODELO B.3 (2 puntos)

Una pastelería hace diariamente una cantidad fija de dulces cuya masa requiere de un tiempo de reposo, el cual tiene que ser de una a dos horas. La pastelería usa un ingrediente secreto. La cantidad necesaria de ingrediente secreto, medida en gramos, varía en función del tiempo de reposo de la masa según la siguiente función:

$Q(t) = \frac{1}{2}t^4 - 3t^2 + 5 \quad 1 \le t \le 2$

siendo t el tiempo de reposo medido en horas.

a) La producción diaria de dulces tiene un coste fijo de 150 euros más el coste por el uso del ingrediente secreto, el cual cuesta 100 euros/gramo. Obtenga la función que representa el coste de producción diaria de estos dulces y encuentre el tiempo de reposo de la masa que minimiza dicho coste. Indique el valor del coste mínimo.

b) Obtenga el tiempo de reposo que maximiza el coste de producción e indique la cantidad de ingrediente secreto que se necesitaría en este caso.

a) · CF = 150 €
· 100 · Q(t)

① $C(t) = \text{coste} \Rightarrow C(t) = 150 + 100\cdot\left(\frac{1}{2}t^4 - 3t^2 + 5\right)$

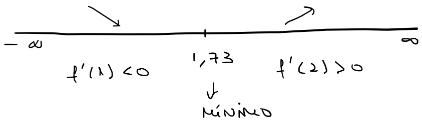
$\Rightarrow C(t) = 150 + 50t^4 - 300t^2 + 500 \Rightarrow \boxed{C(t) = 50t^4 - 300t^2 + 650}$

② Para hallar el mínimo $C'(t) = \Rightarrow 200t^3 - 600t = 0 \Rightarrow t(200t^2 - 600) = 0$

$\Rightarrow t = 0$ ✗

$200t^2 - 600 = 0 \Rightarrow 200t^2 = 600 \Rightarrow t^2 = \frac{600}{200} \Rightarrow t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm\sqrt{3} \Rightarrow t = 1{,}73h$; $t = -1'73$ ✗

③ Comprobamos que es un mínimo:



$\boxed{\text{El tiempo de reposo para conseguir el mínimo coste es de } 1{,}73h.}$

④ Para hallar el coste mínimo, sustituimos el $t = 1{,}73h$ en $C(t)$:

$C(1{,}73) = 50\cdot 1{,}73^4 - 300\cdot 1{,}73^2 + 650 = \boxed{200 \text{ € coste mínimo}}$

b) En el intervalo $[1,2]$, la función es continua porque $\text{Dom } C(t) = \mathbb{R}$. Así que en ese intervalo hay un máximo y mínimo absoluto:

$C(1) = 50\cdot 1^4 - 300\cdot 1^2 + 650 = 400$ € $C(2) = 50\cdot 2^4 - 300\cdot 2^2 + 650 = 250$ €

$\boxed{\text{· Se produce el máximo absoluto del coste cuando la masa lleva 1 hora de reposo y el coste máximo son 400 €.}}$

· Calculamos la cantidad de ingrediente secreto en 1 hora:

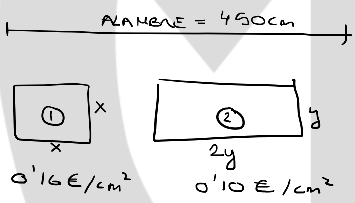
$Q(1) = \frac{1}{2}\cdot 1^4 - 3\cdot 1^2 + 5 = \boxed{2{,}5 \text{ g}}$

2022 JUNIO B.3 (2 puntos)

Un escultor quiere dividir un alambre muy fino en dos trozos que se utilizarán para delimitar, respectivamente, un cuadrado y un rectángulo cuya base debe medir el doble que su altura. Posteriormente, se fabricarán ambas figuras planas con un material que cuesta 16 céntimos de euro/cm^2 para el cuadrado y 10 céntimos de euro/cm^2 para el rectángulo. Si el alambre inicial mide 450cm, determine la función de coste total de ambas figuras. Obtenga la longitud de cada trozo de alambre para que el coste total de estas piezas sea mínimo.

Sugerencia: Exprese el coste total en función de la altura del rectángulo y utilice 3 cifras decimales para realizar los cálculos.

1er TROZO = 4x   2º TROZO = 6y



$4x + 6y = 450$

$C = x^2\cdot 0'16 + 2y^2\cdot 0'1$ $\boxed{C = 0'16x^2 + 0'2y^2}$

$\begin{cases} 4x + 6y = 450 \\ C = 0'16x^2 + 0'2y^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{450 - 4x}{6}$ $y = \frac{225 - 2x}{3}$

$C = 0'16x^2 + 0'2\left(\frac{225 - 2x}{3}\right)^2$

$A_1 = b\cdot a = x^2$

$A_2 = 2y^2$

$\Rightarrow C = 0'16x^2 + 0'2\cdot\frac{50625 - 900x + 4x^2}{9}$ $C = 0'16x^2 + 1125 - 20x + 0'089x^2$

$\Rightarrow C = 0'178x^2 - 20x + 1125 \Rightarrow C' = 0'356x - 20$

$\Rightarrow C' = 0 \Rightarrow 0'356x - 20 = 0 \Rightarrow x = 56'213$ cm

$-\infty$		$56'21$		∞
	(0) ↘	MÍNIMO	(60) ↗	

$C'(0) = -20 < 0$

$C'(60) = 0'356 \cdot 60 - 20 = 1'36 > 0$

$$y = \frac{225 - 2 \cdot 56'213}{3} = 37'525 \text{ cm}$$

El coste será mínimo cuando:

1er TROZO $= 4x = 4 \cdot 56'213 = 224'852$ cm

2º TROZO $= 6y = 6 \cdot 37'525 = 225'150$ cm