

2023 MODELO A.5

Un positrón en reposo se acelera en un acelerador lineal a través de una diferencia de potencial de 3 MV.

a) Obtenga la energía cinética y la energía relativista que alcanza el positrón.

b) Calcule la masa relativista del positrón y su velocidad tras la etapa de aceleración.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; Carga del positrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa en reposo del positrón, $m_e^+ = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

DATOS: $\Delta V = 3 \text{ MV} = 3 \cdot 10^6 \text{ V}$

$v_0 = 0 \text{ m/s}$

NOTA.

a) ① Conservación de la energía mecánica: $E_{m0} = E_{mf}$

$$\Rightarrow E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf} \Rightarrow E_{cf} = -E_{pf} + E_{p0} \Rightarrow E_{cf} = -\Delta E_p$$

$$\Rightarrow \text{y sabemos que } \Delta E_p = -q \cdot \Delta V \Rightarrow E_{cf} = q \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow E_{cf} = 4,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\textcircled{2} E_{\text{RELATIVISTA}} = E_c + E_{\text{REPOSO}} \quad \textcircled{3} E_{\text{REPOSO}} = E_0 = m_0 \cdot c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\textcircled{4} E_{\text{RELATIVISTA}} = 4,8 \cdot 10^{-13} + 8,19 \cdot 10^{-14} = 5,62 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\text{b) } \textcircled{1} E_{\text{REL}} = m_{\text{REL}} \cdot c^2 \Rightarrow m_{\text{REL}} = \frac{E_{\text{REL}}}{c^2} \Rightarrow m_{\text{REL}} = \frac{5,62 \cdot 10^{-13}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 6,24 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\textcircled{2} m_{\text{REL}} = \gamma \cdot m \Rightarrow 6,24 \cdot 10^{-30} = \gamma \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \Rightarrow \gamma = \frac{6,24 \cdot 10^{-30}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 6,86 \text{ (factor de Lorentz)}$$

$$\textcircled{3} \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{6,86^2}} \Rightarrow \beta = 0,989$$

$$\textcircled{4} \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow 0,989 = \frac{v}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow v = 0,989 \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow v = 2,97 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2022 JULIO A.5

En el acelerador de partículas del CERN se tiene un protón moviéndose con una velocidad un 90 % de la velocidad de la luz, siendo su masa relativista de $3,83 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Determine:

a) La masa en reposo del protón.

b) La energía cinética que posee el protón, expresada en eV.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

$$\text{a) } v = 0,9 \cdot c$$

$$m_{\text{REL}} = 3,83 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\textcircled{1} \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow \beta = \frac{0,9 \cdot c}{c} \Rightarrow \beta = 0,9 \quad \textcircled{2} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9^2}} = 2,29$$

$$\textcircled{3} m_{\text{REL}} = \gamma \cdot m \Rightarrow 3,83 \cdot 10^{-27} = 2,29 \cdot m \Rightarrow m = \frac{3,83 \cdot 10^{-27}}{2,29} \Rightarrow m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{b) } E_0 = m_0 \cdot c^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,51 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{\text{REL}} = m_{\text{REL}} \cdot c^2 = 3,83 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 3,45 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{\text{REL}} = E_c + E_0 \Rightarrow E_c = E_{\text{REL}} - E_0 = 3,45 \cdot 10^{-10} - 1,51 \cdot 10^{-10} = 1,94 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$1,94 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,21 \cdot 10^9 \text{ eV}$$

2022 JUNIO B.5

Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ de longitud de onda en el vacío. Calcule:

a) La energía cinética del electrón, en eV.

b) La velocidad del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; Masa del electrón en reposo, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$\text{a) } \lambda = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad \textcircled{1} f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{19} \text{ Hz} \quad \textcircled{2} E_c = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{19} = 3,98 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\text{Pasamos a eV: } 3,98 \cdot 10^{-14} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,49 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

b)

$$\textcircled{2} E_0 = m_0 \cdot c^2 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E_0 = 8,199 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\textcircled{4} E_{REL} = E_c + E_0 = 3,98 \cdot 10^{-14} + 8,199 \cdot 10^{-14} = 1,22 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\textcircled{5} E_{REL} = m_{REL} \cdot c^2 \Rightarrow 1,22 \cdot 10^{-13} = m_{REL} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow m_{REL} = \frac{1,22 \cdot 10^{-13}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,36 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\textcircled{6} m_{REL} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_0}{m_{REL}} \Rightarrow 1-\beta^2 = \left(\frac{m_0}{m_{REL}}\right)^2 \Rightarrow \beta^2 = 1 - \left(\frac{m_0}{m_{REL}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \beta^2 = 0,551 \Rightarrow \beta = \sqrt{0,551} = 0,742$$

$$\textcircled{7} \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c = 0,742 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,23 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2021 JULIO A.5

En un experimento realizado en un acelerador de partículas se han originado un electrón relativista de velocidad $0,75c$, siendo c la velocidad de la luz, y un fotón de 15 MeV de energía.

a) Calcule la masa relativista y la energía cinética del electrón.

b) Determine la longitud de onda del fotón y la longitud de de Broglie del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Masa del electrón en reposo, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

a) $v = 0,75c$ (del e^-)

$$E_{\text{fotón}} = 15 \text{ MeV} \cdot \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$\textcircled{1} \beta = \frac{v}{c} = \frac{0,75c}{c} \Rightarrow \beta = 0,75 \quad \textcircled{2} \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,75^2}} = 1,51$$

$$\textcircled{3} m_{rel} = \gamma \cdot m_0 \Rightarrow m_{rel} = 1,51 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} = 1,38 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\textcircled{4} E_0 = m_0 \cdot c^2 \Rightarrow E_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,199 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\cdot E_{rel} = m_{rel} \cdot c^2 \Rightarrow E_{REL} = 1,38 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,242 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\cdot E_{REL} = E_c + E_0 \Rightarrow E_c = E_{REL} - E_0 = 1,242 \cdot 10^{-13} - 8,199 \cdot 10^{-14} = 4,221 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

b) $\textcircled{1} \left. \begin{aligned} E &= h \cdot f \\ f &= \frac{c}{\lambda} \end{aligned} \right\} E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot 10^{-12}} = 8,29 \cdot 10^{-14} \text{ m}$

$$\textcircled{2} \text{ ECUACIÓN DE DE BROGLIE: } \lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$\cdot v = 0,75 \cdot c = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,38 \cdot 10^{-30} \cdot 2,25 \cdot 10^8} \Rightarrow \lambda = 2,14 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$