

2024 MODELO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función $f(x) = x^3 \sqrt{(x^2 - 1)^2}$

a) (0,75 puntos) Halle $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^{2/3}}$

b) (1,75 puntos) Halle el área, en el primer cuadrante, comprendida entre la recta $y = x$ y la gráfica de la función $f(x)$.

2024 MODELO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función real de variable real $f(x) = x - \frac{4}{(x-1)^2}$ se pide:

a) (0,75 puntos) Hallar el dominio de definición de $f(x)$ y determinar, en el caso de que existan, las ecuaciones de las asíntotas de su gráfica.

b) (1 punto) Determinar los extremos relativos de la función, así como sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

c) (0,75 puntos) Calcular la ecuación de una recta tangente a la gráfica $f(x)$ que sea paralela a la recta de ecuación $9x - 8y = 6$.

2023 JULIO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dadas las funciones

$f(x) = 2 + 2x - 2x^2$ y $g(x) = 2 - 6x + 4x^2 + 2x^3$, se pide:

a) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de $h(x) = |f(x)|$

b) (1,5 puntos) Hallar el área de la región acotada por las curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = 0$ y $x = 2$.

2023 JUNIO COINCIDENTES A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 + x$, se pide:

a) (1,25 puntos) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x)$ con mínima pendiente.

b) (1,25 puntos) Calcular el área de la región acotada compuesta entre la gráfica $f(x)$ y la recta $y = x$.

2023 JUNIO COINCIDENTES B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 + 2x + 1}$, se pide:

a) (1 punto) Hallar, si existen, las asíntotas de la gráfica de $f(x)$.

b) (1,5 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y calcular, si existen, sus extremos relativos.

2023 JUNIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$, se pide:

a) (0,25 puntos) Estudiar si es par o impar.

b) (0,75 puntos) Estudiar su derivabilidad en el punto $x = 1$.

c) (1,5 puntos) Estudiar sus extremos relativos y absolutos.

2023 JUNIO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2+x^2} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2x^2}{3-3x} & \text{si } x > -1 \end{cases}$, se pide:

a) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de la función en \mathbb{R} .

b) (1 punto) Calcular el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)^{2x^2 - 1}$.

c) (0,75 puntos) Calcular la siguiente integral: $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

2023 MODELO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Para la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e(x-1)}{e^x - e} & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{4x-3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$, se pide:

a) (1 punto) Estudiar su continuidad en \mathbb{R} y determinar, en el caso de que existan, las ecuaciones de sus asíntotas.

b) (0,5 puntos) Para la función $g(x) = (e^x - e)f(x)$, calcular el valor de $g'(0)$.

c) (1 punto) Calcular $\int_1^5 \sqrt{f(x)} dx$.

2022 JULIO COINCIDENTES A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$

a) (1 punto) Determine el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de $f(x)$

b) (1,5 puntos) Dada la función $g(x) = \frac{5-x}{2}$, halle el área de la región acotada por las gráficas de las funciones de $f(x)$ y de $g(x)$

2022 JULIO COINCIDENTES B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea $f(x)$ una función continua y derivable en todo \mathbb{R} tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f'(x) = 1$ y $f''(x) = 2$. Se consideran, además, las funciones $g(x) = (f(x))^2$ y $h(x) = (f \circ f)(x)$. Se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular $g(2)$ y $g'(2)$

b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $h(x)$ en el punto $x = 1$.

c) (1 punto) Probar, utilizando el Teorema del Valor Medio, que existe un punto en el intervalo $(1, 2)$ en el que el valor de la derivada de $f(x)$ es -1.

2022 JULIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de $f(x)$ en \mathbb{R}
 b) (0,25 puntos) ¿Es $f(x)$ derivable en $x = 0$? Justifique la respuesta.
 c) (0,75 puntos) Calcule, si existen, las ecuaciones de sus asíntotas horizontal y vertical.
 d) (0,75 puntos) Determine para $x \in (0, \infty)$ el punto de la gráfica de $f(x)$ en el que la pendiente de la recta tangente es nula y obtenga la ecuación de la recta tangente en dicho punto. En el punto obtenido, ¿alcanza $f(x)$ algún extremo relativo? En caso afirmativo, clasifíquelo.

2022 JULIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$
 b) (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$, así como los máximos y mínimos relativos.
 c) (1 punto) Calcule $\int_1^2 f(x) dx$.

2022 JUNIO COINCIDENTES A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x}$$

- a) (1 punto) Determine el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$.
 b) (1,5 puntos) Dada la función $g(x) = \frac{5-x}{2}$, halle el área de la región acotada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

2022 JUNIO COINCIDENTES B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea $f(x)$ una función continua y derivable en todo \mathbb{R} tal que $f(1) = 2, f(2) = 1, f'(1) = 1$ y $f'(2) = 2$. Se consideran, además, las funciones $g(x) = (f(x))^2$ y $h(x) = (f \circ f)(x)$. Se pide:

- a) (0,5 puntos) Calcular $g(2)$ y $g'(2)$.
 b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $h(x)$ en el punto $x=1$.
 c) (1 punto) Probar, utilizando el Teorema del Valor Medio, que existe un punto en el intervalo $(1,2)$ en el que el valor de la derivada de $f(x)$ es -1.

2022 JUNIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
 b) (0,5 puntos) Estudie si $f(x)$ presenta algún tipo de simetría par o impar.
 c) (1 punto) Calcule la siguiente integral $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^6} dx$.

2022 JUNIO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

- a) (0,5 puntos) Compruebe si $f(x)$ verifica la hipótesis del Teorema de Bolzano en el intervalo $[-1, 1]$.
 b) (1 punto) Calcule y clasifique los extremos relativos de $f(x)$ en \mathbb{R} .
 c) (1 punto) Determine el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[-1, 1]$.

2022 MODELO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{\text{sen} x}{x} & \text{si } x < 0 \\ x e^{4-x^2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) (0,75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
 b) (1 punto) Determine los extremos relativos de $f(x)$ en $(0, \infty)$.
 c) (0,75 puntos) Calcule $\int_0^2 f(x) dx$.

2022 MODELO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea $f(x) = x + x^2$. Se pide:

- a) (1 punto) Hallar el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de $f(x)$ y la recta $y = 2x$.
 b) (1,5 puntos) Una partícula en movimiento parte del origen y sigue la trayectoria determinada por la gráfica de f . En el punto $(1, f(1))$ la partícula sale despedida en la dirección de la recta tangente. Determinar en qué punto choca con la recta vertical $x = 2$.

2021 JULIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) Calcule, en caso de existir, el valor de los siguientes límites:

a. 1) (0,5 puntos) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1-2x)}{x-2x^2-\text{sen} x}$

a. 2) (0,75 puntos) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \left(\frac{3}{x} - \frac{2}{\text{sen} \frac{1}{x}} \right)$

(Indicación: usa el cambio de variable $t=1/x$ donde sea necesario).

b) (1,25 puntos) Calcule las siguientes integrales:

b.1) (0,5 puntos) $\int \frac{x}{x^2-1} dx$

b.2) (0,75 puntos) $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

2021 JULIO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función $f(x) = x^3 - |x| + 2$.

- (0,75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
- (1 punto) Determine los extremos relativos de $f(x)$ en la recta real.
- (0,75 puntos) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f , el eje de abscisas $y = 0$, y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

2021 JUNIO COINCIDENTES B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función $f(x) = \sqrt[5]{(x-2)^2}$.

- (0,5 puntos) Estudie su continuidad y derivabilidad en $[-2, 4]$.
- (1,25 puntos) Analice crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos absolutos de f en $[-2, 4]$.
- (0,75 puntos) Determine si la función $g(x) = f'(x)$ es continua en $x = 2$ y si tiene recta tangente en dicho punto.

2021 JUNIO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Calcula el área de la región limitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = 2 + x - x^2, \quad g(x) = 2x^2 - 4x$$

2021 JUNIO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x < 0 \\ x e^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- (0,75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
- (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f restringida a $(-\pi, 2)$. Demuestre que existe un punto $x_0 \in [0, 1]$ de manera que $f(x_0) = 2$.
- (0,75 puntos) Calcule $\int_{-\pi/2}^1 f(x) dx$.

2021 MODELO A. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- (0,5 puntos) Estudia la continuidad de f .
- (1 punto) Halla las asíntotas de f .
- (1 punto) Determina el valor de $x_0 < 1$ que verifica que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$ tiene pendiente $\frac{-1}{2}$. Escribe la ecuación de dicha recta tangente.

2021 MODELO B. 2. (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = x^6 - 4x^4$, se pide:

- (0,5 puntos) Estudie sus intervalos de crecimiento y decrecimiento
- (1 punto) Encontrar sus máximos y mínimos locales, y determinar si son o no globales.
- (1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por el eje $y = 0$ y la gráfica de f .

2020 SEPTIEMBRE A.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 1, x \neq -1 \\ \frac{x^2+1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}, \text{ se pide:}$$

- (0,5 puntos) Calcular $f(0)$ y $(f \circ f)(0)$.
- (1,25 puntos) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 1$ y determinar si en dicho punto existe un extremo relativo.
- (0,75 puntos) Estudiar sus asíntotas.

2020 JULIO COINCIDENTE A.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{2} - \operatorname{sen} x + x \cos x$, se pide:

- (0,5 puntos) Estudiar su crecimiento en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$. Justificar, usando el teorema adecuado, que la función se anula en algún punto de ese intervalo. Justificar razonadamente que ese punto es único.
- (1 punto) Calcular $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$.

2020 JULIO A.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ y $g(x) = 6x$, se pide:

- (0,5 puntos) Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo $[1, 10]$ en el que ambas funciones toman el mismo valor.
- (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con pendiente mínima.
- (1 punto) Calcular $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$.

2020 JULIO B.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (x-1)^3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Estudie su continuidad en $[-4, 4]$.
b) (1 punto) Analice su derivabilidad y crecimiento en $[-4, 4]$.
c) (1 punto) Determine si la función $(x) = f'(x)$ está definida, es continua y es derivable en $x=1$.

2020 MODELO A.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = e^{3x-2}$, se pide:

- a) (1 punto) Determinar el punto en el que la tangente a la curva $y = f(x)$ tiene pendiente igual a $\frac{3}{e}$ y escribir la ecuación de esta recta tangente.
b) (0,5 puntos) Calcular $\lim_{x \rightarrow 2/3} \frac{1-f(x)}{6x-4}$.
c) (1 punto) Calcular el área de la superficie acotada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $x = 0, y = 1$.

2020 MODELO B.2 (Calificación máxima: 2,5 puntos)

Sea $f(x) = \frac{3}{x+1}$, se pide:

- a) (1 punto) Calcular el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 2$.
b) (0,75 puntos) Determinar las posibles asíntotas de la curva $y = f(x)$ y estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
c) (0,75 puntos) Calcule $\int_0^2 xf(x)dx$.